УДК 519.87

А. В. ЯРОВИЙ
Хмельницький національний університет

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МІЖГАЛУЗЕВИХ ЗВ'ЯЗКІВ ПРИ ФОРМУВАННІ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ В МЕТАЛУРГІЙНІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

*Розглядається балансовий метод при економіко-математичному моделюванні характеристик економічних показників металургійної промисловості при формуванні інвестиційного портфеля.*

*The balance method in economic-mathematical modeling of characteristics of economic indices of metallurgical industry by investing brief case formation is considered.*

Українська металургійна галузь стає прибутковою. За даними асоціації «Металлургпром», виробництво сталі в Україні, яке в 1 півріччі 2009 в середньому було збитковим, в червні вийшло на нульову рентабельність — вперше з літа 2008 р. Раніше найбільші металургійні компанії України, такі як Маріупольський металургійний комбінат ім. Ілліча (ММКІ) і "Arcelormittal" (Кривий ріг), оголосили про вихід на позитивну рентабельність в липні 2009 р. завдяки збільшенню використання виробничих потужностей до 60 – 65% і зростанню експортних цін на сталевий прокат. Враховуючи плани українських металургійних підприємств по збільшенню виробництва сталі в серпні і вересні, аналітики вважають, що українська металургія в середньому покаже коефіцієнт використання виробничих потужностей на рівні 67% до кінця 2009 р. Це повинно дозволити галузі закінчити з прибутком 2 півріччя 2009 і 2009 р. в цілому.

Українські металургійні заводи поетапно нарощують обсяги виробництва сталі, що, на думку експертів, пояснюється необхідним поповненням запасів на складах світових споживачів, які встигли спустошитись під час фінансової кризи, яка розпочалася восени 2008 року. Аналітики металургійної галузі прогнозують, що стабільний попит на українську сталь забезпечений мінімум до кінця цього року, у тому числі і стабільність цін на неї.

За статистичними звітами, практично усім металургійним підприємствам вдалося забезпечити себе замовленнями майже до кінця року, що дає підстави говорити про поступальний вихід металургійної галузі з кризи на прогнозованому підйомі. Позитивна рентабельність металургії України в нинішній період зобов'язана, насамперед, своїй зовнішньоекономічній діяльності по збуту продукції на зростаючі ринки Азії, зокрема в Китай. Велику роль допомоги у виході з кризи зіграв і офіційний мораторій на підвищення цін на послуги державних монополій.

Таким чином, металургійна промисловість України як одна із основних галузей народного господарства станом на кінець 2009 – початок 2010 років має усі економічні підстави для зростання. Важливим чинником такого зростання повинна стати також вдала інвестиційна політика в даній галузі промисловості. Одним із основних етапів здійснення ефективної інвестиційної діяльності є науковий аналіз економічних показників галузей, що забезпечують діяльність металургійної промисловості. Здійснити такий моніторинг можна за допомогою балансової моделі.

Балансові моделі широко застосовуються при економіко-математичному моделюванні економічних систем та процесів. В основі створення цих моделей лежить балансовий метод взаємного співставлення наявних матеріальних, трудових та фінансових ресурсів і потреби в них.

Балансові моделі будуються у вигляді числових матриць. Це дозволяє розглядати структуру, зміст і основні залежності матричних моделей, що відображають виробництво в даному випадку металургійної промисловості і розподіл інвестиційних ресурсів.

Основу інформаційного забезпечення балансових моделей в економіці складає матриця коефіцієнтів затрат ресурсів за конкретними напрямками їх використання. Припускається, що для виробництва одиниці продукції в j-й галузі потрібно затратити певну кількість проміжної продукції i-ї галузі, що дорівнює $x_{ij}$.

Принципова схема міжгалузевого балансу наведена в табл. 1:

Таблиця 1

| Галузі виробники | Галузі споживачі | | | | | Кінцевий продукт | Валовий продукт |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | … | n | | |
| 1 | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $x_{13}$ | … | $x_{1n}$ | $Y_1$ | $X_1$ |
| 2 | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $x_{23}$ | … | $x_{2n}$ | $Y_2$ | $X_2$ |
| 3 | $x_{31}$ | $x_{32}$ | $x_{33}$ | … | $x_{3n}$ | $Y_3$ | $X_3$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … |
| $n$ | $x_{n1}$ | $x_{n2}$ | $x_{n3}$ | … | $x_{nn}$ | $Y_n$ | $X_n$ |
| Амортизація | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | … | $c_n$ | | |
| Оплата праці | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | … | $v_n$ | | |
| Чистий дохід | $m_1$ | $m_2$ | $m_3$ | … | $m_n$ | | |

| Валовий продукт | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | ... | $Xn$ | $\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{j=1}^{n} X_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|

Розглядаючи схему балансу по стовпцях, можна зробити висновок, що результат матеріальних витрат будь-якої споживаючої галузі та її умовно чистої продукції дорівнює валовій продукції цієї продукції. Цей висновок можна записати у вигляді співвідношення:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j \quad , j=\overline{1,n} \; . \tag{1}$$

Величина умовно чистої продукції $Z_j$ дорівнює сумі амортизації, оплати праці і чистого доходу $j$-ї галузі. Співвідношення (1) охоплює систему з $n$ рівнянь, що відображають вартісний склад продукції усіх галузей.

Розглядаючи схему міжгалузевого балансу по рядках для кожної галузі виробництва, можна побачити, що валова продукція тої чи іншої галузі дорівнює сумі матеріальних витрат споживаючих її продукцію галузей і кінцевої продукції даної галузі:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i \quad , i=\overline{1,n} \; . \tag{2}$$

Формула (2) описує систему із $n$ рівнянь, які називаються рівняннями розподілу продукції галузей матеріального виробництва за напрямками використання.

Вводиться поняття коефіцієнта прямих матеріальних витрат:

$$a_{ij}=x_{ij}/X_j \, , \; i, j=\overline{1,n} \; . \tag{3}$$

Коефіцієнт прямих матеріальних затрат вказує, яка кількість продукції $i$-ї галузі необхідна, якщо враховувати тільки прямі витрати, для виробництва одиниці продукції $j$-ї галузі.

З урахуванням формули (3) систему рівнянь балансу (2) можна записати у вигляді:

$$\mathrm{X_i} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + Y_i \quad , \mathrm{i}=\overline{1,n} \; . \tag{4}$$

Якщо внести до розгляду матрицю коефіцієнтів прямих матеріальних витрат $A=(a_{ij})$, вектор-стовпець валової продукції $X$ і вектор-стовпець кінцевої продукції $Y$:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{pmatrix} , \quad Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{pmatrix} ,$$

то система рівнянь (4) в матричній формі прийме вигляд:

$$X=AX+Y. \tag{5}$$

Таким чином, задавши в моделі величини валової продукції кожної галузі $\mathrm{X_i}$, можна визначити обсяг кінцевої продукції кожної галузі $Y_i$:

$$Y=(E - A)X, \tag{6}$$

задавши величини кінцевої продукції усіх галузей $Y_i$, можна визначити величини валової продукції кожної галузі $X_i$:

$$X=(E - A)^{-1}Y. \tag{7}$$

Задаючи для ряду галузей величини валової продукції, а для решти – обсяги кінцевої продукції, можна знайти величини кінцевої продукції перших галузей і обсяги валової продукції другої групи галузей. У цьому випадку зручніше користуватися не матричною формою моделі (5), а системою лінійних рівнянь (4). У формулах (6) та (7) через $E$ позначається одинична матриця $n$-го порядку, а $(E - A)^{-1}$ – матриця, обернена до матриці $(E - A)$. Якщо визначник матриці $(E - A)$ не дорівнює нулеві, то ця матриця невироджена, тобто обернена до неї існує. Позначимо цю обернену матрицю через $B=(E - A)^{-1}$, тоді система рівнянь в матричній формі (7) запишеться у вигляді:

$$X=BY. \tag{8}$$

Елементи матриці $B$ позначимо через $b_{ij}$, тоді з матричного рівняння (8) для будь-якої $i$-ї галузі можна отримати наступне співвідношення:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} Y_j \quad , i=\overline{1,n} \; . \tag{9}$$

Із співвідношень (9) випливає, що валова продукція виступає як зважена сума величин кінцевої продукції, причому вагами є коефіцієнти $b_{ij}$, які показують, скільки всього потрібно виготовити продукції $i$-ї галузі для випуску в сферу кінцевого використання одиниці продукції $j$-ї галузі. На відміну від коефіцієнтів прямих витрат $a_{ij}$ коефіцієнти $b_{ij}$ називають коефіцієнтами повних матеріальних витрат і включають в себе як прямі, так і побічні витрати усіх порядків. Якщо прямі витрати відображають кількість засобів виробництва, що витрачені безпосередньо при створенні даного продукту, то побічні відносяться до попередньої стадії виробництва і входять у виробництво продукту не прямо, а через інші (проміжні) засоби виробництва.

Коефіцієнти повних матеріальних витрат можна застосовувати тоді, коли необхідно визначити, як відобразиться на валовому випуску деякої галузі можлива зміна обсягів кінцевої продукції усіх галузей:

$$\Delta X_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \Delta Y_j \ , \tag{10}$$

де $\Delta X_i$ та $\Delta Y_i$ – зміни (прирости) величин валової і кінцевої продукції відповідно.

Система рівнянь міжгалузевого балансу є відображенням реальних економічних процесів, в яких зміст можуть мати лише невід'ємні значення валових випусків. Таким чином, вектор валової продукції складається із невід'ємних координат. Постає питання, за яких умов економічна система здатна забезпечити позитивний кінцевий випуск по усіх галузях. Відповідь на це питання пов'язана з поняттям продуктивності матриці коефіцієнтів прямих матеріальних витрат. Невід'ємна матриця $A$ називається продуктивною, якщо існує такий невід'ємний вектор $X$, що

$$X > AX \ . \tag{11}$$

Очевидно, що умова (11) означає існування додатного вектора кінцевої продукції $Y > 0$ для моделі міжгалузевого балансу (5).

Для того, щоб матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат була продуктивною, необхідно та достатньо, щоб виконувалася одна із наступних умов:

1) матриця $(E - A)$ має додатну обернену;

2) матричний ряд $E + A + A^2 + A^3 + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$ збігається, причому його сума дорівнює оберненій матриці $(E - A)^{-1}$;

3) найбільше по абсолютній величині власне значення $k$ матриці А, тобто розв'язок характеристичного рівняння $|kE - A| = 0$ , строго менше одиниці;

4) усі головні мінори матриці $(E - A)$, тобто визначники матриць, утворені елементами перших рядків і перших стовпців цієї матриці, порядку від 1 до $n$, додатні.

Більш простою, але тільки достатньою ознакою продуктивності матриці $A$ є обмеження на величину її норми, тобто на величину найбільшої із сум елементів матриці $A$ в кожному стовпці. Якщо норма матриці $A$ строго менше одиниці, то ця матриця продуктивна.

Можна дати інше визначення коефіцієнта повних матеріальних витрат, виходячи із того, що крім прямих витрат існують другорядні витрати тої чи іншої продукції при виробництві продукції даної галузі. Розглянемо в якості прикладу формування витрат електроенергії на випуск стального прокату, при цьому обмежимося технологічним ланцюжком «руда – чавун – сталь – прокат». Витрати електроенергії при отриманні прокату із сталі будуть називатися прямими витратами, ті ж витрати при отриманні сталі із чавуну будуть називатися другорядними витратами 1-го порядку, а витрати електроенергії при отриманні чавуну із руди будуть називатися другорядними витратами електроенергії на випуск стального прокату 2-го порядку. Тоді коефіцієнтом повних матеріальних витрат $c_{ij}$ називається сума прямих витрат і другорядних витрат продукції $i$-ї галузі для виробництва одиниці продукції $j$-ї галузі через усі проміжні продукти на усіх попередніх стадіях виробництва.

Таким чином, побудова балансової моделі у кожному окремому випадку дасть змогу більш точного оцінювання реального економічного стану чи підприємства, чи цілої галузі, що, в свою чергу, допоможе більш ґрунтовно сформувати інвестиційний портфель як на мікро-, так і на макрорівні.

**Список використаних джерел**

1. Аванесов Э. Т. Финансово-экономические расчеты: аналіз инвестиций и контрактов / Аванесов Э. Т., Ковалев М. М., Руденко В. Г. – Минск : БГУ, 1998. – 228 с.

2. Красс М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании / М. С. Красс, Б. П. Чупрыков. – М. : Дело, 2000. – 688 с.

3. Медведев Г. А. Начальный курс финансовой математики / Медведев Г. А. – М. : ТОО «Острожье», 2000. – 267 с.

4. Солодовников А. С. Математика в экономике. Ч. 1 / Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В. – М. : Финансы и кредит, 2000. – 219 с.

5. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении / Е. В. Шикин, А. Г. Чхартишвили. – М. : Дело, 2000. – 640 с.